LUNDS UNIVERSITET

Institutionen för
**REGLERTEKNIK**

# Reglerteknik AK, FRTF05

**Tentamen 28 Oktober 2019 kl 8–13**

### Poängberäkning och betygssättning

Lösningar och svar till alla uppgifter skall vara klart motiverade. Tentamen omfattar totalt 25 poäng. Poängberäkningen finns markerad vid varje uppgift.

Preliminära betygsnivåer:

Betyg 3: lägst 12 poäng
4: lägst 17 poäng
5: lägst 22 poäng

### Tillåtna hjälpmedel

Matematiska tabeller (TEFYMA eller motsvarande), formelsamling i reglerteknik samt icke förprogrammerade räknare.

### Tentamensresultat

Resultatet meddelas via LADOK. Tid och plats för tentavisning kommer att anges på kurshemsidan.

**Lycka till!**

**Solutions to exam in Basic Control 2019-10-28**

**1.** Ett system beskrivs av följande differentialekvation,

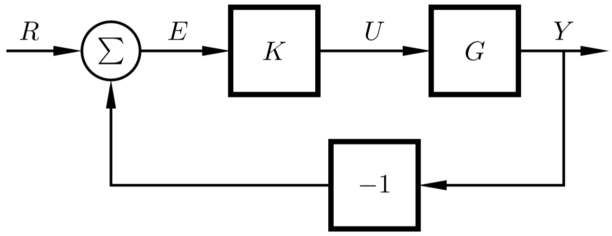
$$\ddot{y} + 9\dot{y} + 8y = \dot{u} - 4u$$

**a.** Vad är systemets överföringsfunktion från $U$ till $Y$? (1 p)

**b.** Bestäm systemets poler och nollställen. Är systemet asymptotiskt stabilt? Glöm ej att motivera ditt svar. (1 p)

**c.** Systemet regleras med en P-regulator med förstärkning K, se Figur 1. För vilka värden på $K$ är det slutna systemet asymptotisk stabilt? (Betrakta både positiva och negativa värden för $K$). (2 p)

**d.** Antag att vi har en enhetsstegs-ändring i $R$. Bestäm det statiska reglerfelet $E$. Hur litet kan vi göra felet med P regulatorn? (2 p)




Figur 1: Det slutna systemet i uppgift 1.c.

**2.** En pendel som svänger friktionslöst kan förenklat beskrivas med följande differentialekvation

$$\ddot{\theta} + \sin(\theta) = u$$

Här betecknar $\theta(t)$ dess vinkel från det viloläge då den hänger rakt ner, och $u(t)$ är den styrsignal vi påverkar pendeln med.

**a.** Inför tillstånden $x_1 = \theta$ och $x_2 = \dot{\theta}$ och uttryck systemet på tillståndsform. Antag att vi bara kan mäta vinkeln, dvs. $y = x_1$. (1 p)

**b.** Bestäm alla stationära punkter då vi inte påverkar systemet, dvs. då $u(t) = 0$. (1 p)

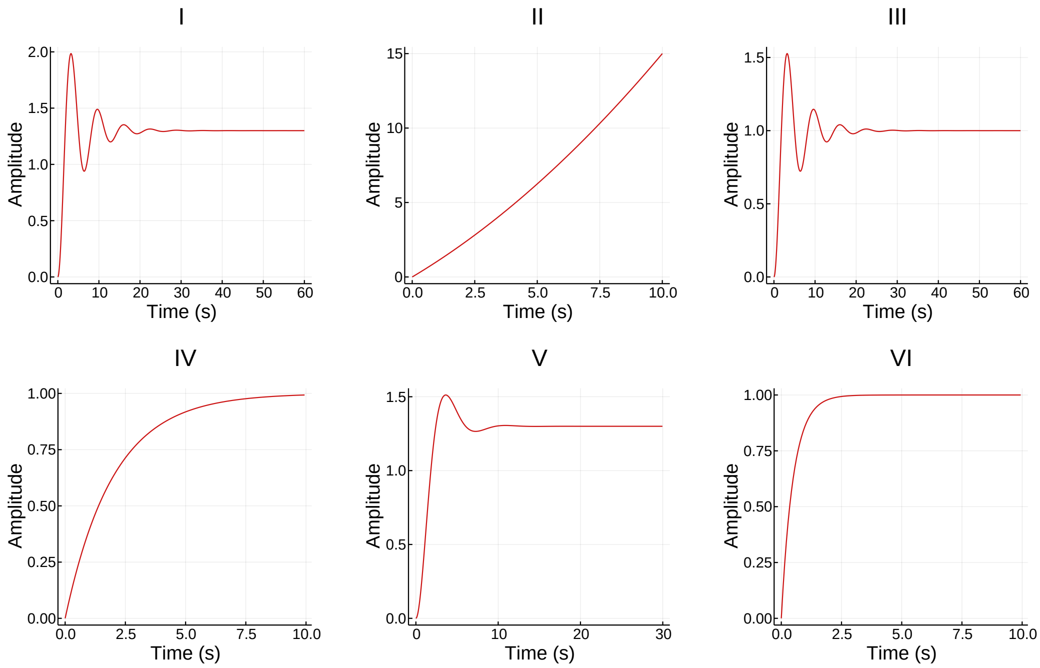
**c.** Vi är speciellt intresserade av pendelns beteende när den hänger ner. Linjärisera systemet kring en stationär punkt motsvarande detta läge. (1 p)

**d.** Visa att det linjäriserade systemet är stabilt men inte asymptotiskt stabilt.

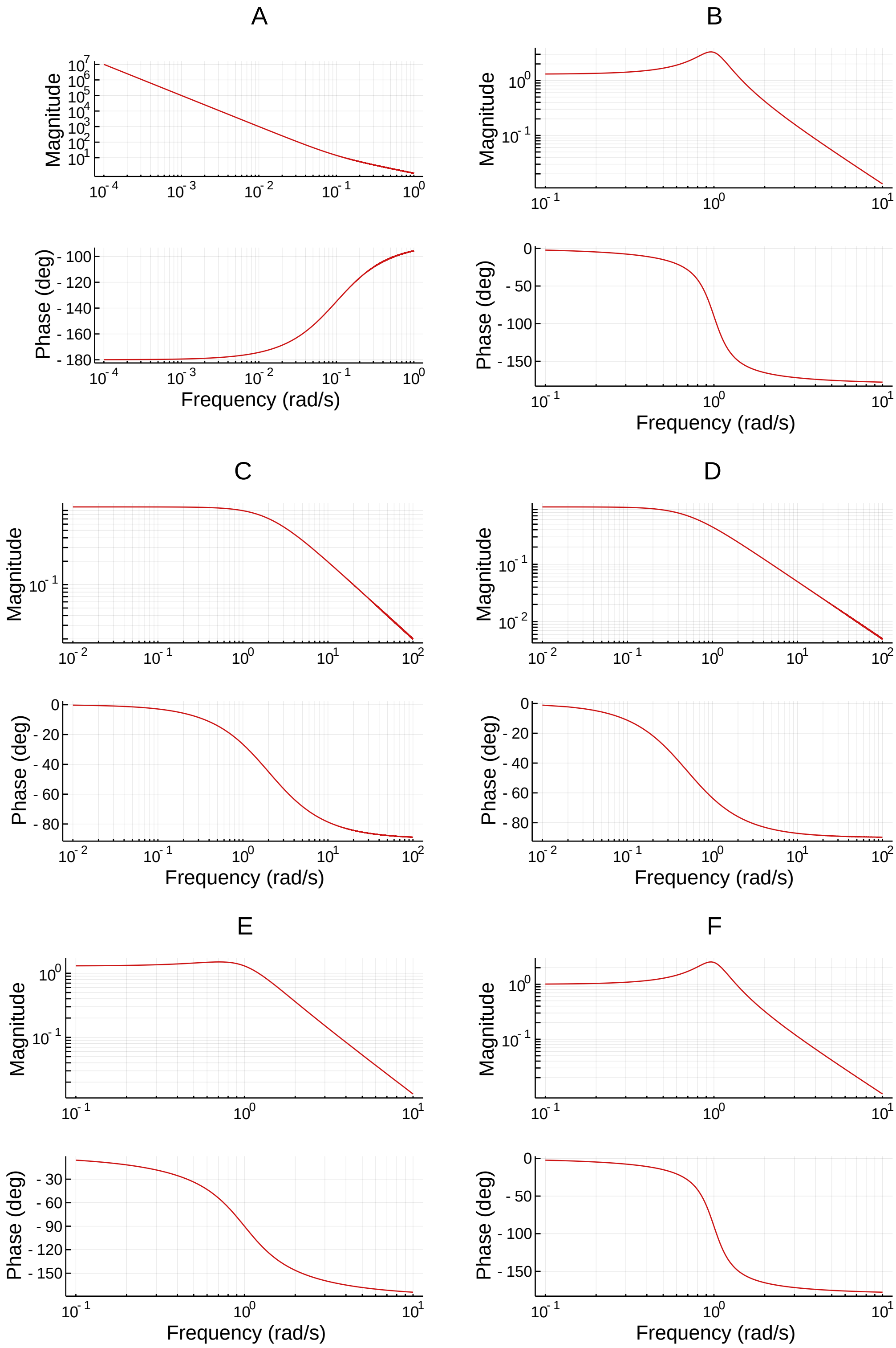
Antag att vi låter pendeln börja upprätt med en vinkelhastighet 1 rad/s. Då kommer pendeln pga. friktionslöshet att snurra runt och runt i all evighet. Varför kan detta inte hända för ett stabilt system? Hur kommer det sig att vi trots det lyckades visa stabilitet? (1 p)

**3.** Para ihop stegsvar I-VI (Figur 2) och Bode-diagram A-F (Figur 3) med $G_1$ – $G_4$ nedan. För full poäng kravs fullständiga motiveringar. (4 p)

$$G_1(s) = \frac{s+0.1}{s^2} \qquad G_2(s) = \frac{1}{s^2+0.4s+1}$$
$$G_3(s) = \frac{1.3}{s^2+s+1} \qquad G_4(s) = \frac{2}{s+2}$$




Figur 2: Stegsvar för problem 3.




Figur 3: Bode-diagram för uppgift 3.

**4.** I laboration 2 studerade vi en tankprocess som bestod av två tankar, den ena ovanpå den andra. Styrsignalen var inflödet till den övre tanken, vars utflöde utgjorde inflödet till den undre tanken. Systemet för den undre tanken härledde vi i förberedelseuppgifterna, och linjäriserat kring en viss stationär punkt gavs det av

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} -\gamma_1 & 0 \\ \gamma_1 & \gamma_2 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} \delta \\ 0 \end{pmatrix} u$$
$$y = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} x$$

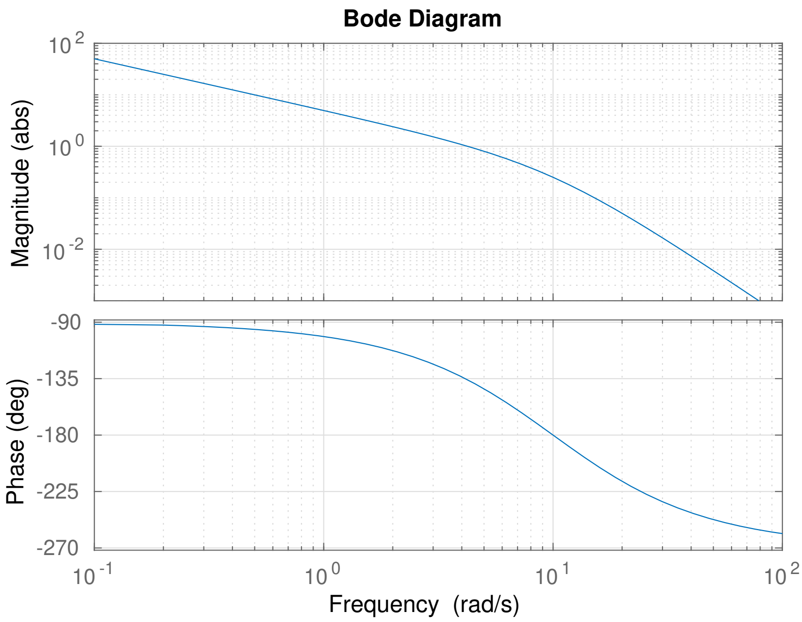
Här betecknar $x_1$ och $x_2$ avvikelserna från den övre resp. undre tankens stationära vattenhöjd givet ett konstant inflöde. Styrsignalens avvikelse från det senare betecknas här $u$. Konstanterna $\gamma_1, \gamma_2, \delta > 0$ är materialparametrar.

Då återkopplade vi endast från reglerfelet; nu vill vi återkoppla från tillstånden. Problemet är att vi bara mäter undre tankens vattenhöjd och känner därmed inte till $x_1$, som vi måste skatta.

**a.** Designa ett Kalmanfilter sådant att polerna hamnar i $s = -2 \pm 2i$. (2 p)

**b.** Antag nu att vi istället bara kan mäta övre tankens nivå. Visa att systemet inte är observerbart. Kan man rent fysikaliskt se vilket tillstånd som är icke-observerbart? Resonera utifrån definitionen av observerbarhet. (1 p)

**5.** Betrakta bodediagrammet av kretsöverföringsfunktionen $G_0$ i figur 4.




Figur 4: Kretsöverföringsfunktionen $G_0$ i problem 5.

**a.** Beskriv kort vad syftet med fas- och amplitudmarginalerna är. Använd sedan figuren för att läsa av dem. (1 p)

**b.** Som det är nu klarar det slutna systemet inte att följa rampändringar, utan vi får ett stationärt fel. Designa en kompenseringslänk som minskar det stationära felet med en faktor 5. (2 p)

**c.** Betrakta nedanstående kompenseringslänk

$$G_K(s) = \frac{s+10}{s+1}$$

Varför skulle ett sådant tillägg till $G_0$ vara dåligt?

*Ledning:* Skissa kompenseringslänkens bodediagram! (1 p)

**6.** Den elektriska kretsen i Figur 5 är ett bandspärrfilter. Sambandet mellan inspänning och utspänning ges av

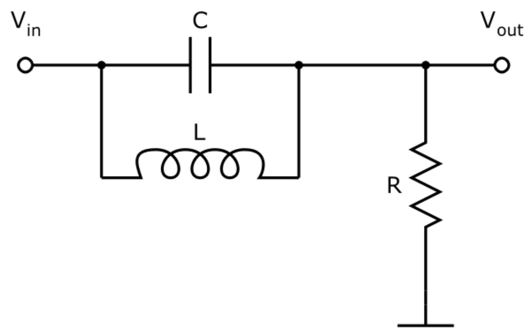
$$C\ddot{V}_{\text{out}} + \frac{1}{R}\dot{V}_{\text{out}} + \frac{1}{L}V_{\text{out}} = C\ddot{V}_{\text{in}} + \frac{1}{L}V_{\text{in}}.$$

**a.** Bestäm överföringsfunktionen $G(s)$ från $V_{\text{in}}$ till $V_{\text{ut}}$. (1 p)

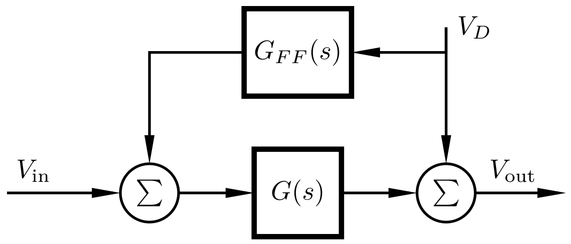
**b.** Vilken förstärkning har kretsen vid en godtycklig frekvens $\omega$? (0.5 p)

**c.** Vid vilken frekvens är kretsens förstärkning 0 (det är den frekvens som filtret "stoppar")? (0.5 p)

**d.** En störning $V_D$ kommer in i systemet såsom illustreras i Figur 6. Du mäter störningen och bestämmer dig för att lägga till en framkopplingslänk $G_{FF}$ med syftet att eliminera störningen. Vad är den nya överföringsfunktion från $V_D$ till $V_{\text{out}}$? Bestäm $G_{FF}$ för att eliminera effekten av $V_D$. (2 p)




Figur 5: Enkelt bandspärrfilter i problem 6.




Figur 6: Blockdiagram av bandspärrfiltret med spänningstörning $V_D$ och framkoppling $G_{FF}$ från uppgift 6.