F10: Utsignalåterkoppling

13 Februari, 2019

Lunds Universitet, Inst för Reglerteknik

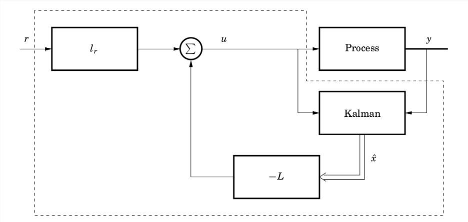
Föreläsning 10 — Utsignalåterkoppling

1. Återkoppling från rekonstruerade tillstånd
2. Exempel
3. Varning för pol-nollställe-förkortning
4. Laboration 3

1

Tillståndsåterkoppling:

Använd systemets tillstånd i styrlag $u = l_{ref} r - l_1 x_1 - l_2 x_2 - \ldots l_n x_n$



Utsignalåterkoppling:

Kan ej mäta alla tillstånd utan bara utsignal y
Kan rekonstruera tillstånd från modell, insignal och utsignal i ett Kalmanfilter

(om systemet observerbart)

Använd $\hat{x}$ istf x i styrsignal: $u = l_{ref} r - L\hat{x}$

2

Rekonstruktion

Process

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases}$$

Kalmanfilter

$$\begin{cases} \frac{d\hat{x}}{dt} = A\hat{x} + Bu + K(y - \hat{y}) \\ \hat{y} = C\hat{x} \end{cases}$$

3

Utsignalåterkoppling

Återkoppling

$$u = l_{\text{ref}}\, r + L(x_{\text{ref}} - \hat{x}) = l_{\text{ref}}\, r - L\hat{x} \qquad (\text{om } x_{\text{ref}} = 0)$$

Definiera $\tilde{x} = x - \hat{x}$. Då blir det slutna systemet

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = Ax - BL(x - \tilde{x}) + Bl_{\text{ref}}\, r \\ \dfrac{d\tilde{x}}{dt} = \dfrac{dx}{dt} - \dfrac{d\hat{x}}{dt} = (A - KC)\tilde{x} \end{cases}$$

4

På matrisform

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} x \\ \tilde{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - BL & BL \\ 0 & A - KC \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \tilde{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Bl_{\text{ref}} \\ 0 \end{bmatrix} r$$

$$y = \begin{bmatrix} C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \tilde{x} \end{bmatrix}$$

Slutna systemets karakteristiska polynom

$$\det \left\{ sI - \begin{bmatrix} A - BL & BL \\ 0 & A - KC \end{bmatrix} \right\} = \det(s - A + BL)\det(sI - A + KC)$$

5

Överföringsfunktion

Slutna systemets överföringsfunktion

$$\begin{bmatrix} C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} sI - A + BL & -BL \\ 0 & sI - A + KC \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} Bl_{\text{ref}} \\ 0 \end{bmatrix} = C(sI - A + BL)^{-1} Bl_{\text{ref}}$$

är densamma som för tillståndsåterkoppling!

Tillstånden $\tilde{x}$ påverkas inte av styrsignalen. Därför är överföringsfunktionen bara av ordning n, medan det totala antalet tillstånd är $2n$.

Transienten i Kalmanfiltrets skattningar påverkar dock utsignalen.

6

Hur välja L och K?

- Välj L för önskad överföringsfunktion
- Välj K för önskad konvergens i rekonstruktionen
- Normalt: Rekonstruktionen snabbare än återkopplingen

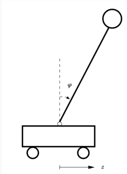
L stort	Stora styrsignaler
L litet	Långsam reglering
K stort	Bruset förstärks
K litet	Långsam konvergens

7

Exempel: Inverterad pendel

Processmodell:

$$\begin{cases} \ddot{\varphi} = \varphi - u \\ y = \varphi \end{cases}$$



$$\begin{cases} \dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} u \\ y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x \end{cases}$$

$$Y(s) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s & -1 \\ -1 & s \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} U(s) = \frac{-1}{s^2 - 1} U(s)$$

8

Tillståndsåterkoppling för pendeln

$$u = -Lx$$

$$A - BL = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l_1 & l_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 + l_1 & l_2 \end{bmatrix}$$

$$\det(sI - A + BL) = \begin{vmatrix} s & -1 \\ -1 - l_1 & s - l_2 \end{vmatrix} = s^2 - l_2 s - 1 - l_1$$

$$s^2 - l_2 s - 1 - l_1 = (s + 0.5 + 0.5i)(s + 0.5 - 0.5i)$$

$$\begin{cases} l_1 = -1.5 \\ l_2 = -1 \end{cases}$$

9

Kalmanfilterdesign för pendeln

$$\frac{d\tilde{x}}{dt} = (A - KC)\tilde{x}$$

$$A - KC = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k_1 & 1 \\ 1 - k_2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\det(sI - A + KC) = \begin{vmatrix} s + k_1 & -1 \\ -1 + k_2 & s \end{vmatrix} = s^2 + k_1 s - 1 + k_2$$

$$s^2 + k_1 s - 1 + k_2 = (s + 1 + i)(s + 1 - i) = s^2 + 2s + 2$$

$$\begin{cases} k_1 = 2 \\ k_2 = 3 \end{cases}$$

10

Vad ger återkoppling från rekonstruerade tillstånd?

- Ett elegant sätt att se på polplacering
- **The internal model principle**: Alla bra regulatorer innehåller en modell av processen (Francis-Wonham)
- Givarfusion
  - Givare, processmodeller och störningsmodeller bidrar alla till att ge en bra skattning av tillståndet
  - Bra systemarkitektur - Tillståndet kan användas av många olika system
- Diagnostik

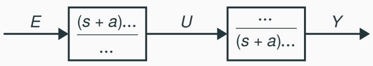
11

Quiz: Pol-nollställesförkortningar

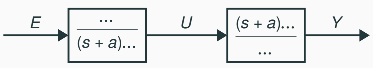
Vid pol-nollställesförkortningar tappar man styrbarhet och/eller observerbarhet.

Vad gäller för nedanstående överföringsfunktioner $G_{E \to Y}$?

(A)



(B)



12

Pol-nollställe-förkortning i reglerdesign

$$G_p(s) = \frac{1}{1 + sT} \qquad \text{(övre tanken)}$$

$$G_c(s) = K\frac{1 + sT_i}{sT_i} \qquad \text{(PI-reglering)}$$

Det är frestande att välja $T_i = T$ så att polen förkortas.

$$G_o(s) = G_c(s)G_p(s) = \frac{K}{sT} \qquad G_t(s) = \frac{G_o(s)}{1 + G_o(s)} = \frac{K}{sT + K}$$

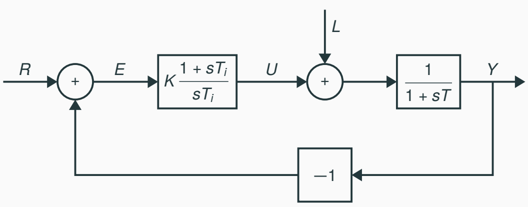
Polen i $-K/T_i$ kan sedan sedan placeras genom valet av K.

13

Varning för förkortning!

Det finns tillstånd som saknar styrbarhet eller observerbarhet.

Låt oss se vad som händer med en laststörning L



14

Laststörning i exemplet

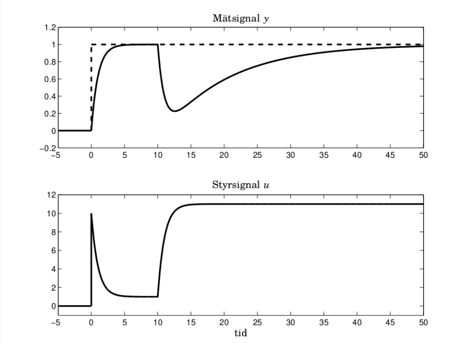
$$Y(s) = G_p(s)L(s) + G_p(s)G_c(s)[R(s) - Y(s)]$$

$$[1 + G_p(s)G_c(s)]Y(s) = G_p(s)L(s) + G_p(s)G_c(s)R(s)$$

$$\begin{aligned} Y(s) &= \frac{G_p(s)}{1 + G_p(s)G_c(s)}L(s) + \frac{G_p(s)G_c(s)}{1 + G_p(s)G_c(s)}R(s) \\ &= \frac{sT}{(sT + 1)(sT + K)}L(s) + \frac{K}{sT + K}R(s) \end{aligned}$$

Den ursprungliga polen syns ej i i referensändring MEN påverkar svaret på en laststörning.

15



Figur 10.8 Svaret på en stegändring i r vid $t = 0$ följt av en stegändring i l vid tiden $t = 10$

Snabbt svar på refrensändring

Långsamt svar på laststörning

16

Slutsats

Förkorta inte långsamma poler.

Placera samtliga poler.

Jämför observerar-polerna i $\det(sI - A + KC)$

17

Laboration 3

- Flexibelt servo
- Matlab
- Återkoppling från rekonstruerade tillstånd
- Integraldel i regulatorn
- Förberedelseuppgifter

18

Sammanfattning

Idag:

- Utsignalåterkoppling
- Pol-nollställesförkortning

Nästa föreläsning:

- Kompensering i frekvensplanet
  - Fasretarderande kompensering
  - Fasavancerande kompensering

Repetera Bode-diagram

19