F15: Repetition

4 mars, 2019

Lunds Universitet, Inst för Reglerteknik

Reglerteknik på bal [M-sek, Sångarstriden 1976]

Tänk att tentera reglerteknik,
lilla jag, lilla jag,
tentera reglerteknik.
Tänk att bli uppmärksammad av en sån
populär institution!

Reglerteori, vackert namn, eller hur?
Början i moll och finalen...
också i moll.
När blir den färdig herr Wittenmark, säg,
tentan Ni diktar till mig?

Tentan till er teknologer
får ni nån gång framåt jul.
När ni den sedan ska lösa
tror jag ni får riktigt kul.

Med Nyquist och Bode och Halldiagram,
styvhet, och felet ska ni räkna fram.
Minimum fasasymptoter till sist
– det kan väl aldrig bli trist!

Nej, aldrig trist, vill jag lova,
har man som Eran elev.
Man kan varje fall inte sova,
ty aldrig förglömmer man Er.

Det här är det värsta jag någonsin läst.
Det hade jag sluppit om jag läst till präst,
jurist eller annan som nytta ej gör.
Jag vill bli civilingenjör!

F15 - Repetition

Kursinnehåll:

- Modellering
- Analys
- Regulatorsyntes och design

Modeller

- Differentialekvation

$$\dot{x} = f(x, u); \quad y = g(x, u)$$

- Tillståndsform

$$\dot{x} = Ax + Bu; \quad y = Cx + Du$$

- Överföringsfunktion

$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D$$

- Impulssvar

$$Y_i(s) = G(s) \quad eller \quad y_i(t) = h(t) = Ce^{At}B + D\delta(t)$$

Linjärisering

Från olinjär differential-ekv till linjär diff-ekvation

$$\dot{x} = f(x, u); \quad y = g(x, u)$$

- Beräkna stationär(a) punkt(er)

$$f(x_0, u_0) = 0; \quad y_0 = g(x_0, u_0)$$

- Linjärisera, $\Delta x := x - x_0$, $\Delta u := u - u_0$, $\Delta y := y - y_0$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\Delta x &= \frac{\partial}{\partial x} f(x_0, u_0)\Delta x + \frac{\partial}{\partial u} f(x_0, u_0)\Delta u \\ \Delta y &= \frac{\partial}{\partial x} g(x_0, u_0)\Delta x + \frac{\partial}{\partial u} g(x_0, u_0)\Delta u \end{aligned}$$

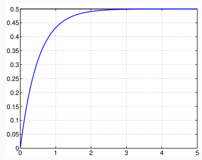
Exam Mar08 8a+8b

Överföringsfunktionen $G(s)$

Insignal-utsignal: $Y(s) = G(s)U(s)$

Exempel: Stegsvaret av $G(s) = \frac{1}{s+2}$ är

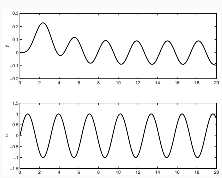
$$Y(s) = \frac{1}{s+2}\frac{1}{s} \Longrightarrow y(t) = 0.5\,\mathrm{step}(t) - 0.5\exp(-2t)$$



(Tidskonstant=1/2. Stationär/DC-förstärkning G(0)=0.5.
Påpeka att stegsvar gäller för $t \lesssim 0$)

Sinus in / Sinus ut

$G(i\omega)$ beskriver utsignal (efter transient) för sinusvåg som insignal



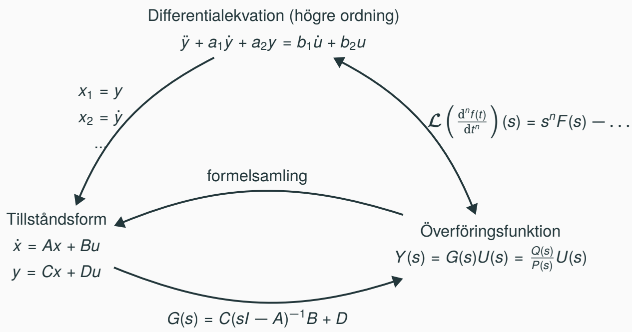
Sinus-insignal $u(t) = u_0 \sin(\omega t)$ ger (om $G(s)$ stabil):

$$y(t) = u_0 \left|G(i\omega)\right| \sin(\omega t + \arg G(i\omega)) + \text{transient}$$

Magnitudförstärkning: $\left|G(i\omega)\right|$

Fasskift: $\arg G(i\omega)$

Sammanfattning



Några Laplace-transformationer

$$\text{Step}: u(t) = 1, \; t \geq 0, \qquad U(s) = \frac{1}{s}$$

$$\text{Ramp}: u(t) = t, \; t \geq 0, \qquad U(s) = \frac{1}{s^2}$$

$$\text{Exponential}: u(t) = e^{-at}, \; t \geq 0, \qquad U(s) = \frac{1}{s+a}$$

Se formelsamling för fler transformer

Analys

Insignal-utsignal-relation $Y(s) = G(s)U(s)$

Om $G(s) = \frac{B(s)}{A(s)}$

nollställen: $B(s) = 0$

poler: $A(s) = 0$

Slutvärdesteoremet Om $sY(s)$ har alla poler i VHP

$$\lim_{t\to\infty} y(t) = \lim_{s\to 0} sY(s)$$

Statisk förstärkning (DC-förstärkning) = $G(0)$

Exam Mar08 4

Stabilitet

Asymptotisk stabilitet: $h(t) \to 0$, e.g $G(s) = 1/(s+1)$, $h(t) = e^{-t}$

Stabilitet: $|h(t)|$ begränsad, dvs $G(s) = 1/s$, $h(t) = 1$

Om $B(s)/A(s)$ är given, beräkna poler från $A(s) = 0$

Om (A, B, C) givet, beräkna egenvärden från $\det(sI - A) = 0$

Asymptotisk stabilitet om poler i VHP, $\mathrm{Re}\, s < 0$

$s + a_1$ as. stabilt *omm*[1] $a_1 > 0$

$s^2 + a_1 s + a_2$ as. stabilt *omm* $a_1 > 0, a_2 > 0$

$s^3 + a_1 s^2 + a_2 s + a_3$ as. stabil *omm* (se formelsamling)

Exam Mar08 2a+2b+2c

[1] om och endast om

Några favoritsystem

Integrator $G(s) = \frac{1}{s}$

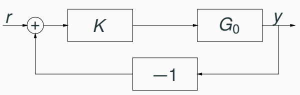
Första ordningens system $G(s) = \frac{\omega_0}{s+\omega_0} = \frac{1}{1+sT}$ där $T = 1/\omega_0$

Andra ordningens system $G(s) = \frac{\omega_0^2}{s^2+2\zeta\omega_0 s+\omega_0^2}$

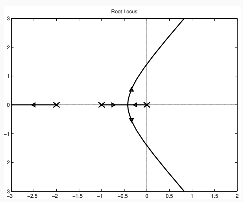
Tidfördröjning $G(s) = \exp(-sT)$

Skissa stegsvar, pol-/nollställesdiagram, Bode- och Nyquist-diagram

Rotort



$$G_0(s) = G_p(s)G_r(s) = \frac{B(s)}{A(s)}$$



Rita lösningarna för rötterna s till ekvationen

$$A(s) + KB(s) = 0$$

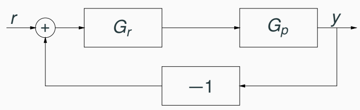
$K = 0$: Öpppna systemets poler

$K = 1$: Slutna systemets poler

$K = \infty$: Öppna systemets nollställen + "resten mot oändligheten"

Exam Mar08, 7

Blockdiagram



$G_p(s)$ process

$G_r(s)$ regulator

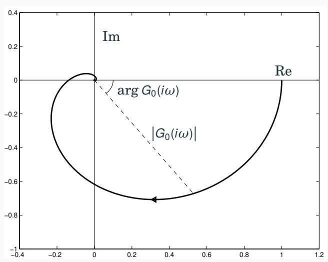
$G_0(s) = G_r(s)G_p(s)$ kretsöverföringsfunktion (Bode, Nyquist)

$G_c(s) = \dfrac{G_pG_r}{1+G_pG_r}$ sluten loop från r till y

$S(s) = \dfrac{1}{1+G_pG_r}$, "känslighetsfunktion" (Ch7: 4 tolkningar)

Exam Mar08, 3a + (8c)

Nyquist-diagram

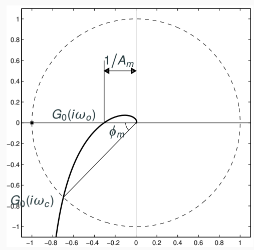


Slutna systemet stabilt om

- $G_0(s)$ stabil, och
- Nyquist-kurvan omcirklar inte $-1 + 0i$

Ex: För vilka K är slutna systemet stabilt om $G_0(s) = Ke^{-s}$?

Stabilitetsmarginaler i Nyquist-diagrammet



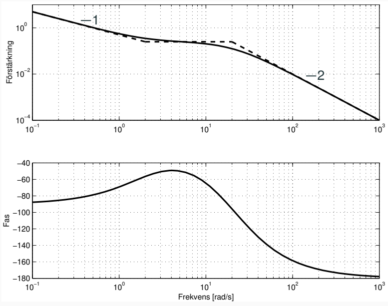
$$\text{Amplitudmarginal}: \quad A_m = \frac{1}{|G_0(i\omega_o)|}$$

$$\text{Fasmarginal}: \quad \phi_m = \pi + \arg G_0(i\omega_c)$$

$$\text{Dödtidsmarginal}: \quad L_m = \frac{\phi_m}{\omega_c}$$

Exam Mar08, 1

Bode-diagram

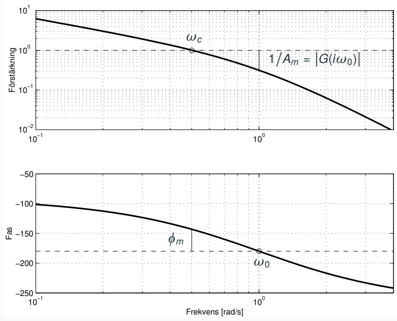


$$G(s) = \frac{100(s+2)}{s(s+20)^2} = 0.5s^{-1} \cdot (1+0.5s) \cdot (1+0.05s)^{-2}$$

Rita Bode-diagram: Sortera brytpunkter från låga till höga frekvenser och faktorisera så att varje 'ny länk' har LF-förtärkning =1.

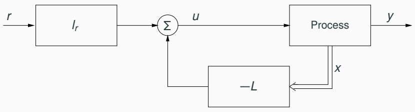
16

Stabilitetsmarginaler i Bode-diagram



17

Design: Tillståndsåterkoppling



$\dot{x} = Ax + Bu, \qquad u = -Lx + l_r r$

Slutna systemets poler: $\det(sI - A + BL) = 0$

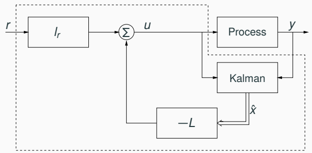
$C(-A + BL)^{-1} B l_r = 1$

Om (A, B) **styrbart** så kan slutna systemets poler flyttas varhelst vi önskar genom lämpligt val av L

$$\text{Styrbart system} \iff \text{rang}\begin{bmatrix} B & AB & \dots & A^{n-1}B \end{bmatrix} = n$$

18

Kalman-filter



$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + K(y - C\hat{x})$

$u = -L\hat{x} + l_r r$

slutna systemets poler: $\det(sI - A + BL)\det(sI - A + KC) = 0$

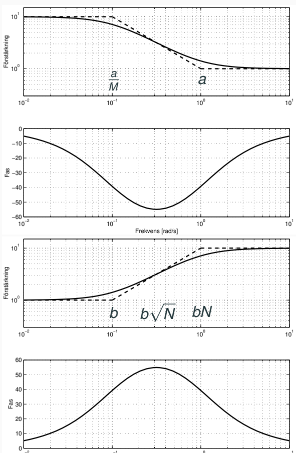
$C(-A + BL)^{-1} B l_r = 1$

$$(A, C)\ \textbf{observerbart} \iff \text{rang}\begin{bmatrix} C \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} = n$$

19

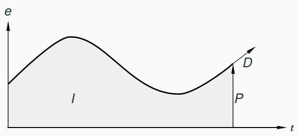
Exam Mar08, 5

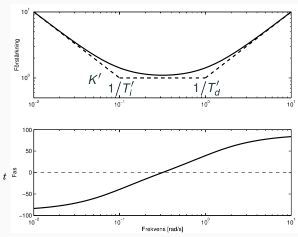
Kompenseringslänkar i frekvensdomän



20

Design: PID-reglering





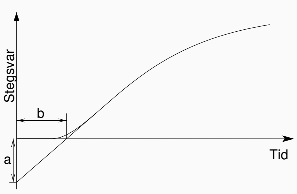
Serie-form $G_R'(s) = K'(1 + \frac{1}{sT_i'})(1 + sT_d')$

Parallell form $G_R(s) = K(1 + \frac{1}{sT_i} + sT_d)$

- Modifierad P-del: $K(br - y)$
- Modifierad I-del: Antiwindup
- Modifierad D-del: $\frac{-sT_d}{1+sT_f} y$

21

Design: PID-tuning



Ziegler-Nichols (stegsvarsmetod eller frekvens/självssvängningsmetod)
Lambda-reglering (ytterligare parameter λ för att bestämma snabbhet)

Se formelsamling

22

Andra reglerstruktuer

- Kaskadreglering
- Framkoppling (Feedforward)
- Otto-Smith

23