F11: Frekvenskompensering/design

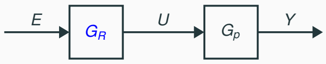
18 Februari, 2019

Lunds Universitet, Inst för Reglerteknik

Föreläsning 11 - Frekvenskompensering

1. Inledning
2. Fasretardering
   - Minskning av stationära fel
3. Fasavancering
   - Öka snabbheten
   - Förbättra stabiliteten
4. (Prestandabegränsningar)

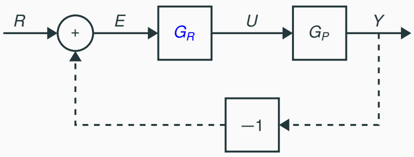
Regulatorns påverkan över frekvensbandet



Hur ska vi ändra $G_R(i\omega)$ map frekvensen ω och därmed

öppna kretsens överföringsfunktion ($G_O(i\omega) = G_R G_P$)

för att få slutna systemet $G_{R\to Y} = \dfrac{G_o}{1+G_o}$ att bete sig som vi vill?

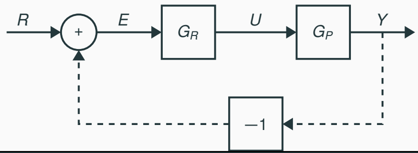


"Regulatorn som mixerbord"

Hur ska vi ändra $G_R(i\omega)$ map frekvensen ω och därmed

öppna kretsens överföringsfunktion ($G_O(i\omega) = G_R G_P$)

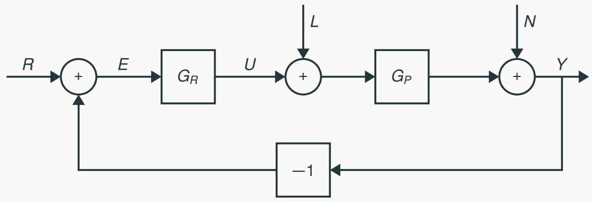
för att få slutna systemet $G_{R\to Y} = \frac{G_o}{1+G_o}$ att bete sig som vi vill?



Förra föreläsningen — Utsignalåterkoppling

1. Återkoppling från rekonstruerade tillstånd
2. Exempel
3. Pol-nollställes-förkortning
   - Förlust av styrbarhet / observerbarhet

Inledning

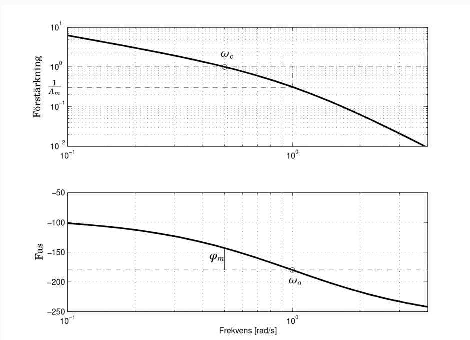


Idé: Bestäm $G_R(s)$ så att $G_o(s) = G_p(s)G_R(s)$ får önskade frekvensegenskaper

- Stationära fel (lågfrekvensförstärkning)
- Snabbhet (skärfrekvens ω_c)
- Stabilitet—svängighet (A_m, ϕ_m)

Amplitud- och fasmarginal i Bodediagrammet

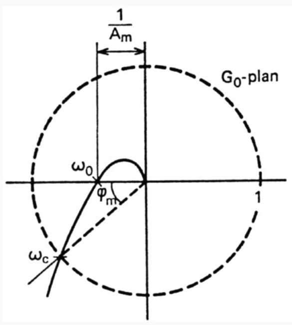
Bodediagram för öppet system



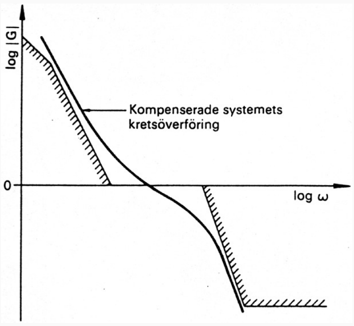
- Vid skärfrekvens ω_c är beloppet 1, avläs fasmarginal φ_m
- Vid ω_0 är fasen = -180^o, avläs beloppet som motsvarar $1/A_m$

Förstärkningsmarginal A_m och Fasmarginal φ_m

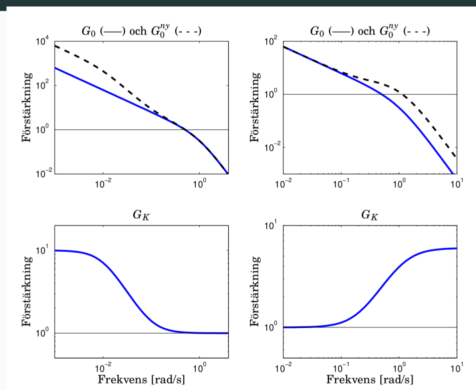
Nyquistkurva för öppet system



Amplitudbegränsningar



Två typer av kompensering

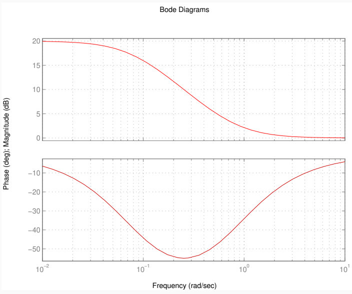


Ökar LF-förstärkning
Minskar stationärt fel

Ökar skärfrekvens ω_c
$\Rightarrow$ ökar snabbhet
Faskurvan viktig för stabilitets-

Fasretarderande kompensering

$$G_R(s) = M\frac{s+a}{sM+a} = \frac{s+a}{s+a/M}$$



Egenskaper

+ Ökar förstärkningen vid låga frekvenser med faktorn M
- Minskar fasmarginalen ϕ_m
- $M \approx \infty \;\Rightarrow\; G_r(s) \approx 1 + a/s$. PI reglering!

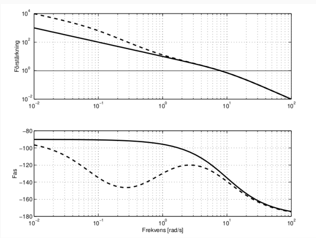
Användning Minskar statiskt fel

Procedur:

1. Bestäm M med hänsyn till statiskt fel
2. $a \approx 0.1\omega_c$ (ger högst 6° minskad fasmarginal)

Exempel: DC-motor

$$G_p(s) = \frac{100}{s(s+10)}$$



- Minska stationära rampfelet med en faktor 10
- Behåll snabbhet, stabilitet

Återkoppling utan kompensering $G_o = G_p$

$$\begin{aligned} E(s) &= R(s) - Y(s) \\ &= \frac{1}{1+G_o(s)}R(s) \\ &= \frac{1}{1+\frac{100}{s(s+10)}}R(s) \\ &= \frac{s(s+10)}{s^2+10s+100}R(s) \end{aligned}$$

Stegsvar $R(s) = \frac{1}{s}$

$$\lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{s\to 0} sE(s) = \lim_{s\to 0} \frac{s(s+10)}{s^2+10s+100} = 0$$

Rampsvar $R(s) = \frac{1}{s^2}$

$$\lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{s\to 0} sE(s) = \lim_{s\to 0} \frac{s+10}{s^2+10s+100} = 0.1$$

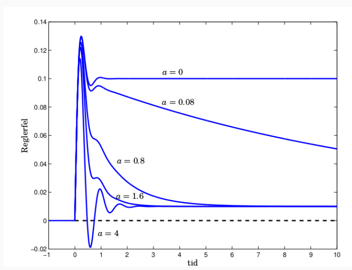
Fasretarderande kompensering

$M = 10$ för att minska rampfelet

$a = 0.1\omega_c \approx 0.1 \cdot 8 = 0.8$

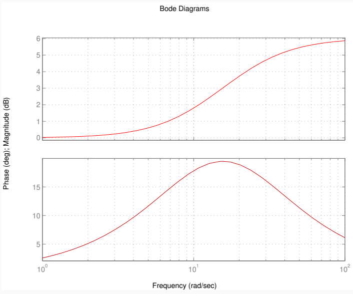
Följfel

Fel vid följning av rampsignalen $r = t$ för det enkelt återkopplade systemet (dvs okompenserat, $G_R = 1$ då $a = 0$) och för kompensering med $M = 10,\ a = 0.08..4$.

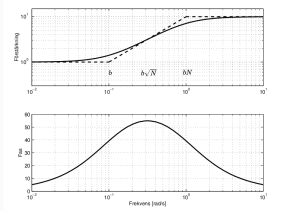


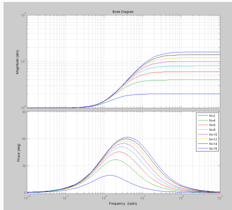
Fasavancerande kompensering

$$G_r(s) = K\,N\frac{s+b}{s+bN} = K\frac{s+b}{b+s/N}$$

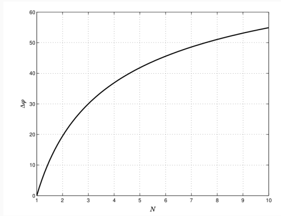


Fasavancerande länk, inverkan av N





$K = 1,\ b = 1,\ N = 2..16$



(Finns i formelsamling)

Större N ger mer fasavancering

Topp vid $b\sqrt{N}$

$$G_r(s) = K\,N\frac{s+b}{s+bN} = K\frac{s+b}{b+s/N}$$

Egenskaper

- (K ändrar förstärkning lika mycket för alla frekvenser)
- Ökar förstärkningen vid höga frekvenser med faktorn N
- \+ Ökar fasmarginalen
- $N \approx \infty \;\Rightarrow\; G_r(s) \approx 1 + s/b$. PD reglering!

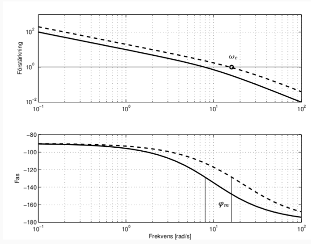
Användning uppsnabbning, stabilisering

Procedur:

1. Bestäm önskade ω_c, ϕ_m
2. $\Delta\phi_m$ vid $\omega_c \;\Rightarrow\; N$
3. $b\sqrt{N} = \omega_c \;\Rightarrow\; b$
4. $|G_R(i\omega_c)G_P(i\omega_c)| = 1 \;\Rightarrow\; K$

Exempel: DC-motor

$$G_p(s) = \frac{100}{s(s+10)}$$



Gör systemet dubbelt så snabbt (fördubbla ω_c) med bibehållen stabilitet!

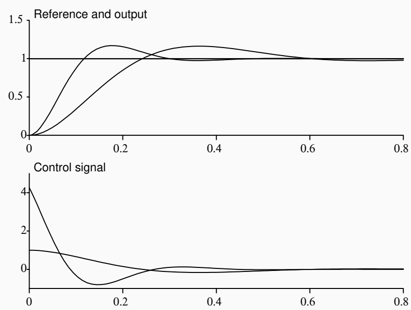
Okompenserade systemet har $\omega_c \approx 8$, $\phi_m \approx 50°$.

1. Önskad skärfrekevens $2\omega_c = 16$
2. För $\phi_m = 50°$ vid $\omega = 16$ krävs $\Delta\phi = 20°$. Detta fås med $N = 2$.
3. $b\sqrt{2} = 16 \;\Rightarrow\; b \approx 11$
4. $|G_r(i16)G_p(i16)| = 1 \;\Rightarrow\; K = 2.1$

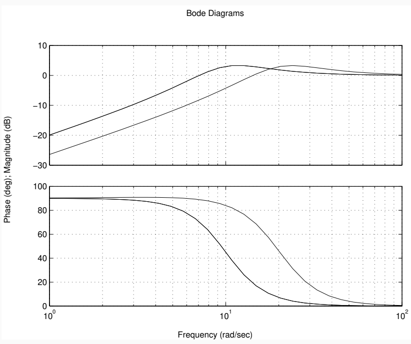
$$G_r(s) = 4.2\frac{s+11}{s+22}$$

Kolla stegsvaret

Med och utan fasavancering:



Känslighetsfunktionen $G_s(s)$



Prestandabegränsningar

Begränsningar ges av

- Modellens noggrannhet
- Mätbrus
- Mättningar och andra olinjäriteter
- Omvandlarnas upplösning vid datorstyrning
- Ickeminimumfas-dynamik

Bode's Relationer

För ett minimumfassystem råder ett entydigt samband mellan faskurvan och amplitudkurvan. Om den ena kurvan är känd kan den andra beräknas. Följande approximativa samband råder.

$$\arg G(i\omega_1) \approx \frac{\pi}{2} \frac{d \log |G(i\omega)|}{d \log \omega}$$

Dvs en lutning av amplitudkurvan på n svarar mot fasen $n\pi/2$!

Exakt formel:

$$\arg G(i\omega_1) = \frac{2\omega_1}{\pi} \int_0^\infty \frac{\log |G(i\omega)| - \log |G(i\omega_1)|}{\omega^2 - \omega_1^2} d\omega$$

24

Vid skärfrekvensen

$$-\pi + \phi_m = \arg G(i\omega_c) \approx n\pi/2 + \arg G_{nmp}(i\omega_c)$$

där $\arg G_{nmp}(i\omega_c)$ är noll om G har minimal fas och annars anger hur stor extra fasförskjutning som finns.

Rimliga värden $n = -1/2$ och $\phi_m = 45°$ ger

$$G_{nmp}(i\omega_{gc}) > -\frac{\pi}{2}$$

Skärnfrekvensen ω_c måste alltså väljas så att fasförskjutningen hos de delar av systemet som ej har minimal fas är mindre än $\pi/2$ (90°). Detta ger starka begränsningar i vad som kan åstadkommas.

25

Typexempel

Exempel 1 Nollställe i HHP

$$G(s) = \frac{a - s}{a + s}$$
$$|G(i\omega)| = 1$$
$$\arg G(i\omega) = -2 \arctan \frac{\omega}{a}$$

Prestandaolikheten ger $\omega_c < a$.

Exempel 2 Tidsfördröjning

$$G(s) = e^{-sT}$$
$$|G(i\omega)| = 1$$
$$\arg G(i\omega) = -\omega T$$

Prestandaolikheten ger $\omega_c T < \frac{\pi}{2}$.

26

Sammanfattning

Denna föreläsning

1. Fasretardering
    - Minskning av stationära fel
2. Fasavancering
    - Öka snabbheten
    - Förbättra stabiliteten
3. (Prestandabegränsningar)

Nästa föreläsning

- PID-reglering

27